Proportionnalité

Chapitre 6 du livre

I. Reconnaître une situation de proportionnalité

1.) Exemples de situations de proportionnalités

- Recette de cuisine

Ingrédients	Farine (g)	Beurre (g)	Œufs (nombre)	Sucre (g)	Levure (paquet)
4 personnes	100	50	2	50	1
8 personnes	200	100	4	100	2

→ × 2 ←

- Changement d'unités de mesures de longueur.

L (en cm)	200	50	8,5	2560	152,5
L (en m)	2	0,5	0,085	25,6	1,525

→ : 100 ←

2.) Définition

Dire que **deux grandeurs** sont **proportionnelles**, signifie que les valeurs de l'une s'obtiennent en **multipliant** ou en **divisant** par **un même nombre non nul** les valeurs de l'autre.

Ce même nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple :

4 kilogrammes de carottes coûtent 6€.

9 kilogrammes de carottes coûtent 13,5€.

18 kilogrammes de carottes coûtent 27€.

Calculs des quotients :

$$\frac{6}{4} = 1,5 \quad \frac{13,5}{9} = 1,5 \quad \frac{27}{18} = 1,5$$

Conclusion :

Les quotients sont égaux, c'est **une situation de proportionnalité**.

Le coefficient de proportionnalité est 1,5

II. Propriétés

Dans les paragraphes suivants on va utiliser l'exemple précédent et le tableau de proportionnalité correspondant :

Poids des carottes (kg)	4	9	18
Prix (€)	6	13,5	27

× 1,5

1.) Passage à l'unité

Pour trouver **le coefficient de proportionnalité**, on calcule le prix de 1 kg de carottes : on dit que **l'on est passé à l'unité**.

Le prix d'un kilogramme de carottes est :

$$6 : 4 = 1,5 \text{ €}$$

Poids des carottes (kg)	4	9	18	1
Prix (€)	6	13,5	27	1,5

× 1,5

2.) Proportionnalité et multiplication ou division

Si on **multiplie** ou **divise** deux nombres qui se correspondent d'une colonne par un **même nombre**, alors on obtient **les deux nombres d'une autre colonne** du tableau de proportionnalité.

Exemple

Déterminer de nouvelles colonnes dans le tableau de proportionnalité précédent

Poids des carottes (kg)	4	4 × 3	9	18	18 ÷ 3
Prix (€)	6	6 × 3	13,5	27	27 ÷ 3

× 1,5

Poids des carottes (kg)	4	12	9	18	6
Prix (€)	6	18	13,5	27	9

× 1,5

Vérification :

$$\frac{18}{12} = 1,5$$

$$\frac{9}{6} = 1,5$$

3.) Tableau de proportionnalité et addition (et soustraction)

Si on **ajoute** ou **soustrait** d'une **part** les **deux nombres d'une même ligne** puis d'autre part **leurs correspondants dans la deuxième ligne**, on **obtient deux nombres d'une autre colonne** du tableau de proportionnalité.

Exemple

Déterminer de nouvelles colonnes dans le tableau de proportionnalité précédent

Poids des carottes (kg)	4	9	4 + 9	18	18 - 4	→ × 1,5 ←
Prix (€)	6	13,5	6 + 13,5	27	27 - 6	
Poids des carottes (kg)	4	9	13	18	14	→ × 1,5 ←
Prix (€)	6	13,5	19,5	27	21	

Vérification :

$$\frac{19,5}{13} = 1,5$$

$$\frac{21}{14} = 1,5$$

III. Situations de proportionnalité particulières

1.) Calcul d'un pourcentage.

Un **pourcentage** est le **coefficient de proportionnalité** d'une situation, il est exprimé sous la forme **d'un quotient dont le dénominateur est cent**.

Pour appliquer un pourcentage à un nombre, on **multiplie** ce nombre par la fraction.

Exemple :

Dans une classe de sixième de 30 élèves, il y a **40%** des élèves qui sont des filles.

On peut aussi l'écrire : **40** élèves sur **100** sont des filles.

Calcul du nombre de filles dans cette classe.

$$30 \times \frac{40}{100} = 12$$

Dans cette classe de sixième, il y a 12 filles.

Nombre d'élèves	100	30	→ $\times \frac{40}{100}$ ←
Nombre de filles	40	12	

2.) Calcul d'une vitesse

La **vitesse** est le **quotient de la distance parcourue par la durée du parcours**.

La **distance parcourue** est **proportionnelle** à la **durée du parcours**, la **vitesse** est leur **coefficient de proportionnalité**.

Exemple :

Sonia parcourt 2 km en 10 minutes.

Temps (en min)	10	1	5	60	210	→ $\times 0,2$ ←
Distance parcourue (en km)	2	0,2	1	12	42	

Elle parcourt 2 km en 10 minutes, sa vitesse est de **0,2 km/min** ou **200 m/min**

Elle parcourt 12 km en 60 minutes, c'est-à-dire en 1 heure, sa vitesse est de **12 km/h**

En passant à l'unité de distance, elle parcourt 1 km en 5 minutes, soit **5 min/km**. Ce n'est pas une vitesse. C'est le coefficient de proportionnalité pour passer de la deuxième ligne à la première.

Temps (en min)	10	1	5	60	210	← $\times 5$ →
Distance parcourue (en km)	2	0,2	1	12	42	