

Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Chapitre G1 du livre

I. Le théorème de Pythagore

1.) A quoi sert le théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore sert à **calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.**

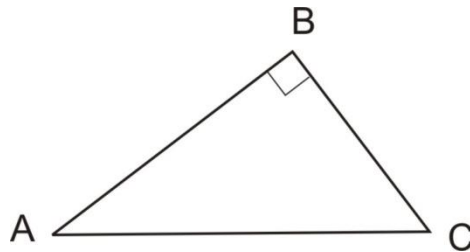
2.) Conditions à satisfaire pour l'utilisation du théorème de Pythagore

Il faut réunir les conditions suivantes :

- Un triangle rectangle.
- Connaître les longueurs de deux côtés de ce triangle.

3.) Énoncé du théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de son hypoténuse est égale à la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit.



si ABC est un triangle rectangle en B , alors on peut écrire la relation de Pythagore suivante:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

4.) Applications

a. Calcul de l'hypoténuse

Exercices 1

CIA est un triangle rectangle en C tel que CI = 3,3 cm et CA = 4,4cm.

Calculer la longueur de [AI].

On sait que CIA est un **triangle rectangle en C** et que CI = 3,3 cm et CA = 4,4cm.

Par conséquent, **d'après le théorème de Pythagore :**

$$IA^2 = CI^2 + CA^2$$

$$IA^2 = 3,3^2 + 4,4^2$$

$$IA^2 = 10,89 + 19,36$$

$$IA^2 = 30,25$$

$$IA = \sqrt{30,25}$$

$$IA = 5,5$$

Donc, la longueur de [AI] est 5,5 cm.

b. Calcul d'un côté de l'angle droit

Exercices 2

KGB est un triangle rectangle en K tel que GB = 4,5 cm et KG = 2,7cm.

Calculer la longueur de [KB].

On sait que KGB est **un triangle rectangle en K** et que GB=4,5 cm et KG=2,7cm.

Par conséquent, **d'après le théorème de Pythagore**

$$GB^2 = KB^2 + KG^2$$

$$KB^2 = GB^2 - KG^2$$

$$KB^2 = 4,5^2 - 2,7^2$$

$$KB^2 = 20,25 - 7,29$$

$$KB^2 = 12,96$$

$$KB = \sqrt{12,96}$$

$$KB = 3,6 \text{ cm}$$

Donc, la longueur de [KB] est 3,6 cm.

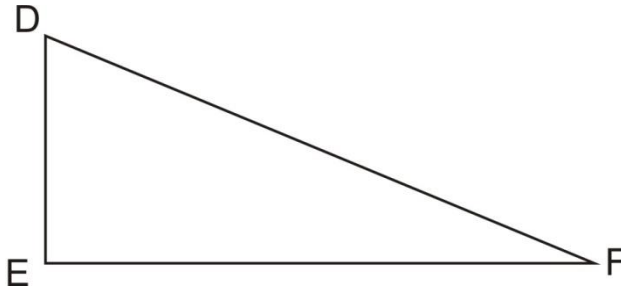
II. La réciproque du théorème de Pythagore.

1.) Utilisation

La réciproque du théorème de Pythagore sert à **démontrer qu'un triangle est rectangle** en connaissant **les longueurs de ses trois côtés**.

2.) Énoncé de la réciproque

Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors **ce triangle est rectangle**.



si $DF^2 = DE^2 + EF^2$, alors **DEF est un triangle rectangle en E**

3.) Application

RSF est un triangle tel que $RS = 4$ cm ; $RF = 5$ cm et $FS = 3$ cm.

Est-ce que le triangle RSF est un triangle rectangle ?

On sait que dans le triangle RSF, $RS = 4$ cm ; $RF = 5$ cm et $FS = 3$ cm.

On calcule : **d'une part** :

$$RF^2 = 5^2$$

$$\mathbf{RF^2 = 25}$$

et d'autre part :

$$RS^2 + FS^2 = 4^2 + 3^2$$

$$RS^2 + FS^2 = 16 + 9$$

$$\mathbf{RS^2 + FS^2 = 25}$$

Par conséquent : $\mathbf{RF^2 = RS^2 + FS^2}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore RSF est un **triangle rectangle en S**.

III. La contraposée du théorème de Pythagore

1.) Utilisation

La contraposée du théorème de Pythagore sert à **démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle** en connaissant **les longueurs de ses trois côtés**.

2.) Énoncé de la contraposée

Dans un triangle, si le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors **ce triangle n'est pas rectangle**.

3.) Application

FIP est un triangle tel que $FI = 4,5 \text{ cm}$; $IP = 5,9 \text{ cm}$ et $FP = 7,5 \text{ cm}$.

Est-ce que le triangle FIP est un triangle rectangle ?

On sait que dans le triangle FIP, $FI = 4,5 \text{ cm}$; $IP = 5,9 \text{ cm}$ et $FP = 7,5 \text{ cm}$.

On calcule : **d'une part :**

$$FP^2 = 7,5^2$$

$$FP^2 = 56,25$$

et d'autre part :

$$FI^2 + IP^2 = 4,5^2 + 5,9^2$$

$$FI^2 + IP^2 = 20,25 + 34,81$$

$$FI^2 + IP^2 = 55,06$$

Par conséquent : $FP^2 \neq FI^2 + IP^2$

Donc FIP n'est pas un triangle rectangle.