

# Le théorème de Pythagore, sa réciproque et sa contraposée

## Révisions de quatrième

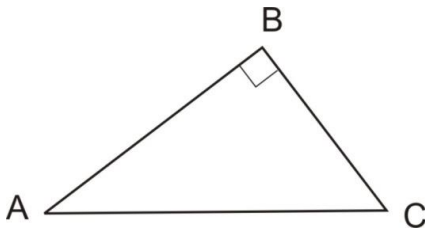
### I. Le théorème de Pythagore

#### 1.) Utilisation

Le théorème de Pythagore sert à **calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle** connaissant les longueurs des deux autres côtés.

#### 2.) Énoncé du théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



si  $ABC$  est un triangle rectangle en  $B$ ,

$$\text{alors } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

#### 3.) Applications

##### Exercice 1 :

$CIA$  est un triangle rectangle en  $C$  tel que  $CI = 3,3$  cm et  $CA = 4,4$  cm.

Calculer la longueur de  $[AI]$ .

On sait que  $CIA$  est un **triangle rectangle en  $C$**  et que  $CI = 3,3$  cm et  $CA = 4,4$  cm.

Par conséquent, **d'après le théorème de Pythagore**

$$IA^2 = CI^2 + CA^2$$

$$IA^2 = 3,3^2 + 4,4^2$$

$$IA^2 = 10,89 + 19,36$$

$$IA^2 = 30,25$$

$$IA = \sqrt{30,25}$$

$$IA = 5,5$$

Donc, **la longueur de  $[AI]$  est 5,5 cm.**

### Exercice 2 :

*KGB est un triangle rectangle en K tel que  $GB = 4,5 \text{ cm}$  et  $KG = 2,7 \text{ cm}$ .*

***Calculer la longueur de [KB].***

On sait que KGB est **un triangle rectangle en K** et que  $GB=4,5 \text{ cm}$  et  $KG=2,7 \text{ cm}$ .

Par conséquent, **d'après le théorème de Pythagore**

$$GB^2 = KB^2 + KG^2$$

$$KB^2 = GB^2 - KG^2$$

$$KB^2 = 4,5^2 - 2,7^2$$

$$KB^2 = 20,25 - 7,29$$

$$KB^2 = 12,96$$

$$KB = \sqrt{12,96}$$

$$\mathbf{KB = 3,6 \text{ cm}}$$

**Donc, la longueur de [KB] est 3,6 cm.**

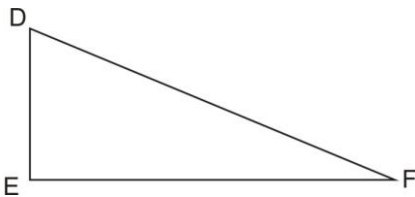
## **II. La réciproque du théorème de Pythagore.**

### **1.) Utilisation**

La réciproque du théorème de Pythagore **sert à démontrer qu'un triangle est rectangle** connaissant **les longueurs des trois côtés** d'un triangle.

### **2.) Énoncé de la réciproque du théorème de Pythagore**

Dans un triangle, **si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.**



$$\mathbf{si \text{ } DF^2 = DE^2 + EF^2,}$$

**alors DEF est un triangle rectangle en E**

### **3.) Application**

### Exercices :

*RSF est un triangle tel que  $RS = 4 \text{ cm}$  ;  $RF = 5 \text{ cm}$  et  $FS = 3 \text{ cm}$ .*

***Est-ce que le triangle RSF est un triangle rectangle ?***

On sait que dans le triangle RSF, RS = 4 cm ; RF = 5 cm et FS = 3 cm.

On calcule : **d'une part :**

$$RF^2 = 5^2$$

$$RF^2 = 25$$

**et d'autre part :**

$$RS^2 + FS^2 = 4^2 + 3^2$$

$$RS^2 + FS^2 = 16 + 9$$

$$RS^2 + FS^2 = 25$$

Par conséquent :  $RF^2 = RS^2 + FS^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore RSF est **un triangle rectangle en S**.

### III. La contraposée du théorème de Pythagore

#### 1.) Utilisation

La contraposée du théorème de Pythagore sert à **démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle** connaissant **les longueurs des trois côtés** d'un triangle.

#### 2.) Énoncé de la contraposée du théorème de Pythagore

Dans un triangle, **si le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle**.

#### 3.) Application

Exercice :

*FIP est un triangle tel que FI = 4,5 cm ; IP = 5,9 cm et FP = 7,5 cm.*

***Est-ce que le triangle FIP est un triangle rectangle ?***

On sait que dans le triangle FIP, FI = 4,5 cm ; IP = 5,9 cm et FP = 7,5 cm.

On calcule : **d'une part :**

$$FP^2 = 7,5^2$$

$$FP^2 = 56,25$$

**et d'autre part :**

$$FI^2 + IP^2 = 4,5^2 + 5,9^2$$

$$FI^2 + IP^2 = 20,25 + 34,81$$

$$FI^2 + IP^2 = 55,06$$

Par conséquent :  $FP^2 \neq FI^2 + IP^2$ .

Donc **FIP n'est pas un triangle rectangle**.