

Ordre et inéquations

Chapitre N5 du livre

I. Ordre

Lorsqu'on **compare** deux grandeurs ne représentant pas la même quantité on dit qu'il s'agit d'une **inégalité**.

> signifie « **est inférieur à** »

$$3 < 7$$

> signifie « **est supérieur à** »

$$\frac{2}{5} > \frac{7}{9}$$

$\leq$ signifie « **est inférieur ou égal à** »

$$x \leq -6$$

$\geq$ signifie « **est supérieur ou égal à** »

$$a + 3 \geq \sqrt{5}$$

1.) L'ordre est conservé

Si on **ajoute** un nombre relatif aux deux membres d'une inégalité alors **l'inégalité ne change pas de sens**.

Exemples :

$$3 < 7$$

$$3 < 7$$

$$3 + 2 < 7 + 2$$

$$3 - 4 < 7 - 4$$

$$5 < 9$$

$$-1 < 3$$

Si on **multiplie ou on divise** par un nombre **positif** les deux membres d'une inégalité alors **l'inégalité ne change pas de sens**.

Exemples :

$$\frac{3}{5} < \frac{7}{5}$$

$$12 > 9$$

$$\frac{3 \times 2}{5} < \frac{7 \times 2}{5}$$

$$\frac{12}{3} > \frac{9}{3}$$

$$\frac{6}{5} < \frac{14}{5}$$

$$4 > 3$$

2.) L'ordre est inversé

Si on **multiplie ou on divise** une inégalité par un **nombre négatif** alors **l'inégalité change de sens**.

Exemples :

$$3 < 7$$

$$3 \times (-2) > 7 \times (-2)$$

$$-6 > -14$$

$$12 > 9$$

$$\frac{12}{-3} < \frac{9}{-3}$$

$$-4 < -3$$

II. Inéquations

1.) Résoudre une inéquation

Une **inéquation** est une **inégalité** dans laquelle un nombre est remplacé par une **lettre** appelée **l'inconnue**.

Résoudre une inéquation, c'est rechercher et trouver **toutes les valeurs** pour lesquelles **l'inégalité est vraie**.

Exemple 1 :

Résoudre l'inéquation : $4x - 3 \leq x - 9$

Opérations effectuées sur les membres de l'inéquation	Sens de l'inéquation	Résolution de l'inéquation
On ajoute un relatif (+3)	On ne change pas le sens	$4x - 3 \leq x - 9$
On ajoute un relatif (-x)	On ne change pas le sens	$4x \leq x - 9 + 3$
		$4x - x \leq -6$
		$3x \leq -6$
On divise par un nombre positif (3)	On ne change pas le sens	$\frac{3x}{3} \leq \frac{-6}{3}$
		$x \leq -2$

Les **solutions** de cette inéquation sont **tous les nombres inférieurs ou égaux à -2**

Exemple 2 :

Résoudre l'inéquation : $3(x + 4) > 5x - 1$

Opérations effectuées sur les membres de l'inéquation	Sens de l'inéquation	Résolution de l'inéquation
On ajoute un relatif (-12)	On ne change pas le sens	$3(x + 4) > 5x - 1$ $3x + 12 > 5x - 1$
On ajoute un relatif (-5x)	On ne change pas le sens	$3x > 5x - 1 - 12$ $3x - 5x > -13$
On divise par un nombre négatif (-2)	On change le sens	$-2x > -13$ $\frac{-2x}{-2} < \frac{-13}{-2}$ $x < 6,5$

Les solutions de cette inéquation sont **tous les nombres strictement inférieurs à 6,5**

2.) Représentation graphique des solutions d'une inéquation

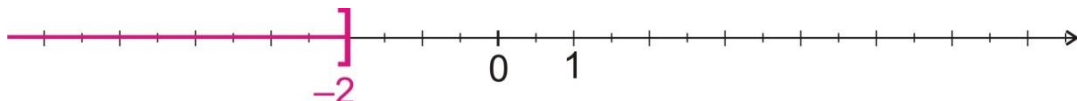
- On représente l'ensemble des solutions d'une inéquation **sur une droite graduée**.
- On repasse **en couleur la partie de la droite où les nombres sont solutions**.
- On place un **crochet** au niveau du point repère :
 - s'il est **tourné vers la partie de la droite où les nombres sont solutions**, la **valeur repère est une des solutions**
 - s'il est **tourné vers la partie de la droite où les nombres ne sont pas solutions**, **cette valeur ne fait pas parti des solutions**.

Exemples (à partir des exemples du paragraphe précédent):

a. Cas de l'inéquation

$$4x - 3 \leq x - 9$$

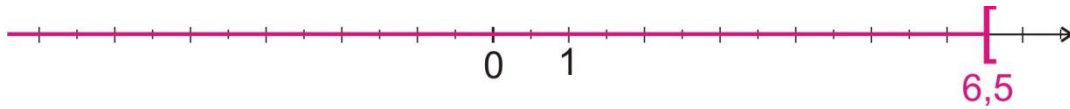
Les solutions sont **tous les nombres inférieurs ou égaux à -2** et sont représentés graphiquement ainsi :



b. Cas de l'inéquation

$$3(x + 4) > 5x - 1$$

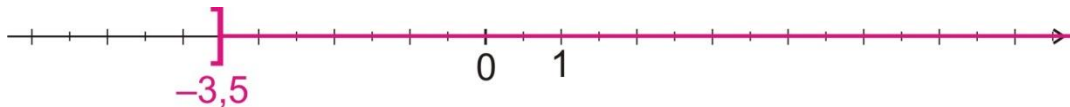
Les solutions sont **tous les nombres strictement inférieurs à 6,5** et sont représentés graphiquement ainsi :



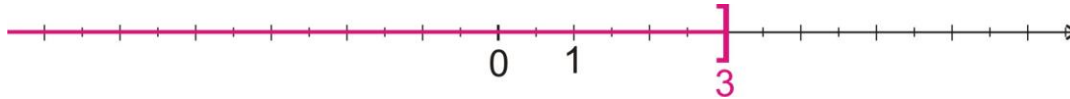
Remarque :

En **observant** une droite graduée, on peut **déterminer** l'ensemble des solutions d'une inéquation.

Exemple :



Les solutions sont **tous les nombres strictement supérieurs à 3,5**



Les solutions sont **tous les nombres inférieurs ou égaux à 3**