Expressions littérales

Chapitre 02 du livre

Une expression **littérale** est composée d'une ou suite de calculs écrits avec des **lettres** et des **nombres** à la différence d'une expression **numérique** qui ne s'écrit qu'avec des **nombres**.

Exemple :

$B = 3 : 2 + 6$ est une **expression numérique**

$C = 2x + 5y$ est une **expression littérale**

I. Remplacer dans une expression une lettre par un nombre

Dans une expression littérale **les lettres remplacent des nombres**.

Si on donne des valeurs numériques aux lettres, l'expression devient une expression numérique et on peut faire les calculs.

Exemple :

Calculer l'expression suivante sachant que $x = -3$

$A = -2x^2 + 5x - 8$

$A = -2(-3)^2 + 5(-3) - 8$

$A = -18 - 15 - 8$

$\boldsymbol{A = -41}$

II. Utilisation de la distributivité :

1.) Développement

a. Développement simple

Si on transforme **le produit d'un nombre par une somme** en **une somme de produits** alors on dit que **l'on a développé.**

$$\boxed{\boldsymbol{a(b + c) = ab + ac}}$$

Ce développement est appelé un **développement simple.**

Exemple :

$$6(x + 2) = 6x + 6 \times 2$$

b. Développement double :

Il s'agit de transformer **un produit de deux sommes** en **une somme de produits**.

$$\boxed{\boldsymbol{(a + b)(d + c) = ad + ac + bd + bc}}$$

Ce développement est appelé un **développement double.**

Exemple :

Développer l'expression :

$$A = (x+2)(3x-4)$$

$$A = (\boldsymbol{x} + \mathbf{2})(3x-4)$$

$$A = \boldsymbol{x} \times 3x + \boldsymbol{x} \times (-4) + \mathbf{2} \times 3x + \mathbf{2} \times (-4)$$

$$A = 3x^2 - 4x + 6x - 8$$

$$\boldsymbol{A = 3x^2 + 2x - 8}$$

2.) Factorisation

a. Principe

Si on transforme **la somme de produits** en **un produit de somme** alors on dit que **l'on a factorisé**

On utilise **la distributivité dans le sens contraire** de celui du développement.

$$\boxed{\boldsymbol{ab + ac = a(b+c)}}$$

b. Méthode

Pour factoriser, il faut satisfaire les conditions suivantes :

- L'expression est une **somme**
- Chaque terme est écrit sous forme **d'un produit**
- Dans chaque produit il y a un **facteur commun**

Exemples :

$$C = 3x^2 + 6x - 9$$

$$C = \mathbf{3} \times x^2 + \mathbf{3} \times 2x - \mathbf{3} \times 3$$

$$C = 3(x^2 + 2x - 3)$$

$$D = (\mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{3})(5x-1) + (\mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{3})(x+4)$$

$$D = (\mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{3})[(5x-1) + (x+4)]$$

$$D = (2x+3)(6x+3)$$

III. Développer en utilisant les produits remarquables (identités remarquables)

Les produits remarquables sont des modèles qui permettent de développer et réduire en une seule ligne de calculs une expression. Ils sont au nombre de trois :

1.) Carré d'une somme

Une somme de deux termes au carré est égale à la somme des carrés des deux termes et de leur double produit.

Démonstration :

$$A = (a+b)^2$$
$$A = (a+b)(a+b)$$
$$A = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$$
$$A = a^2 + ab + ba + b^2$$
$$A = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\boxed{\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab}}$$

Exemple :

$$(2x+5)^2 = 4x^2 + 25 + 20x$$

2.) Carré d'une différence

Une différence de deux termes au carré est égale à la différance entre la somme des carrés des deux termes et leur double produit.

Démonstration :

$$A = (a-b)^2$$
$$A = (a-b)(a-b)$$
$$A = a \times a + a \times (-b) - b \times a - b \times (-b)$$
$$A = a^2 - ab - ba + b^2$$
$$A = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$\boxed{\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab}}$$

Exemple :

$$(3y-1)^2 = 9y^2 + 1 - 6y$$

3.) Produit d'une somme par une différence

Le produit de la somme de deux termes par leur différence est égal à la différence de leurs carrés

Démonstration :

$$A = (a+b)(a-b)$$
$$A = a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b)$$
$$A = a^2 - ab + ba - b^2$$
$$A = a^2 - b^2$$

$$\boxed{\boldsymbol{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}}$$

Exemple :

$$(2x+5)(2x-5) = 4x^2 - 25$$